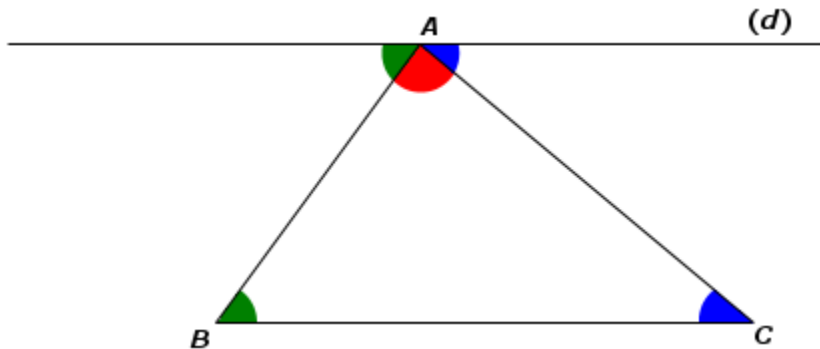


Source : <https://www.maxicours.com/se/3eme/>

Somme des angles d'un triangle

I. Somme des angles dans un triangle

Soit ABC un triangle et (d) une droite passant par A et parallèle à (BC) .



Les angles bleus d'une part ainsi que les angles verts d'autre part sont en position d'**angles alternes-internes**.

Or les droites (d) et (BC) sont **parallèles**, donc les angles bleus ont la **même mesure** et les angles verts aussi.

D'après le schéma, les angles vert, bleu et rouge forment un angle plat. Ils sont donc **supplémentaires**. La somme de ces trois angles est égale à 180° .

On en déduit la règle suivante :

Dans un triangle, la somme de ses trois angles est égale à 180° .

Autre formulation

Dans un triangle ABC , on a :

$$\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ.$$

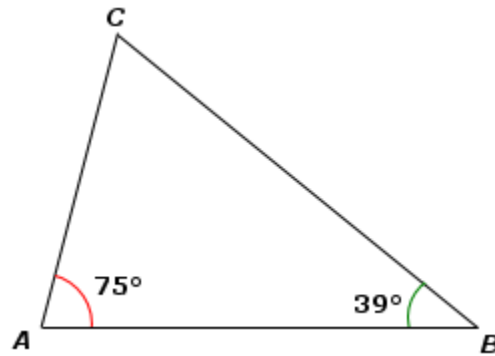
La Réussite en Cordées

Exemple

Quand on connaît deux angles d'un triangle, on peut calculer le troisième.

Dans le triangle ABC ci-dessous on donne $\widehat{BAC} = 75^\circ$ et $\widehat{ABC} = 39^\circ$.

Calculer $\widehat{ACB}$.



La somme des angles d'un triangle est égale à 180° . On a donc :

$$\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ.$$

$$\text{Donc } \widehat{ACB} = 180^\circ - \widehat{BAC} - \widehat{ABC}.$$

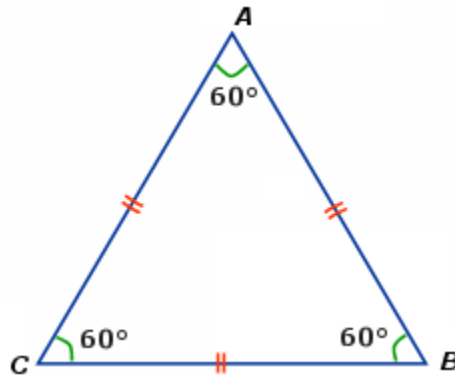
$$\text{Soit } \widehat{ACB} = 180^\circ - 75^\circ - 39^\circ = 66^\circ.$$

La Réussite en Cordées

II. Cas particuliers de triangles

Triangle équilatéral

Du fait qu'un triangle équilatéral possède trois axes de symétrie et que la symétrie axiale conserve les angles, les trois angles d'un triangle équilatéral sont égaux.



Sur le triangle précédent, comme la somme des angles est égale à 180° , on peut écrire :

$$\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ.$$

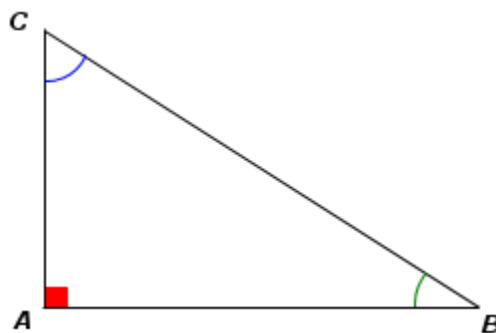
$$\text{Or } \widehat{BAC} = \widehat{ABC} = \widehat{ACB}.$$

$$\text{Donc } \widehat{BAC} = \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 180^\circ \div 3 = 60^\circ.$$

Chaque angle d'un triangle équilatéral est égal à 60° .

Triangle rectangle

Soit ABC un triangle rectangle en A .



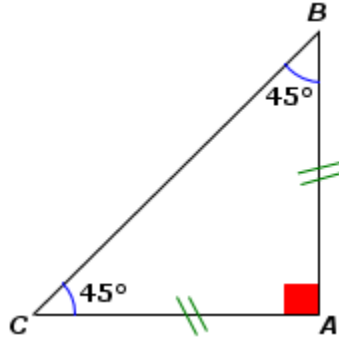
$$\text{Comme } \widehat{BAC} = 90^\circ, \text{ alors } \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ.$$

Donc les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ sont **complémentaires**.

La Réussite en Cordées

Triangle rectangle isocèle

Un triangle isocèle possède 1 axe de symétrie donc les angles à la base sont égaux. Si de plus, le triangle est rectangle, les angles à la base sont complémentaires.

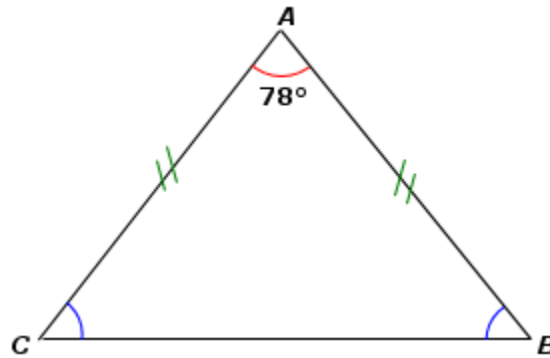


Sur notre schéma, $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^\circ$ et $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 90^\circ \div 2 = 45^\circ$.

Triangle isocèle

Soit ABC un triangle isocèle en A et $\widehat{BAC} = 78^\circ$.

Calculer les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$.



La somme des angles d'un triangle est égale à 180° . On a donc :

$$\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ.$$

$$\text{Donc } \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ - 78^\circ = 102^\circ.$$

Or, dans un triangle isocèle, les angles à la base sont égaux :

$$\widehat{ABC} = \widehat{ACB}.$$

$$\text{Par conséquent, } \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 102 \div 2 = 51^\circ.$$